

## O sistema de numeração decimal e a formação docente inicial

Mariana Campioni Morone Cardoso

**Resumo:** Neste trabalho buscamos analisar conhecimentos manifestados por algumas alunas de um curso de formação inicial para a docência acerca do sistema de numeração e sua aplicação em algoritmos, nos termos de arte e parte. Para isso, acompanhamos um grupo de alunas de um curso de formação inicial para a docência, na condição de professora e monitora de uma disciplina. A respeito de nossas análises, frisamos a manifestação de fragilidades de conhecimentos ligados ao conteúdo sistema de numeração, e em função disso, indicamos a necessidade da formação inicial enfatizar tais saberes.

**Palavras chave:** sistema de numeração decimal, cálculo, formação de professores, Licenciatura em Pedagogia, Ensino Fundamental.

### Problemática

A questão ligada ao conhecimento matemático necessário ao professor polivalente que atua nos anos iniciais do Ensino Fundamental já foi apontada em outros trabalhos, dentre os quais citamos os desenvolvidos por Maranhão e Camejo (2006, 2009). O que se desprende dos estudos das autoras é o aspecto imprescindível do saber matemático para a docência, mesmo ao se considerar os anos iniciais da escolarização.

O que deve saber um professor, formado em Pedagogia, para a docência polivalente não é o mesmo que se espera de um professor especialista na área. Todavia, seus conhecimentos acerca do conteúdo que ensina devem ser suficientes para auxiliar os alunos a, de forma gradativa, atribuírem sentidos à matemática escolar.

A discussão nos reporta aos trabalhos de Shulman (1986) que indica entre os conhecimentos “necessários à docência o do conteúdo da disciplina, o pedagógico deste conteúdo e o curricular”. Neste trabalho assinalamos o “conhecimento do conteúdo” destacando processos de resolução de algoritmos, abrangendo cálculos.

Assumimos, neste trabalho, que o processo que envolve a atribuição de sentido aos procedimentos de resolução de algoritmos nos anos iniciais da

escolarização relaciona-se com o sistema de numeração decimal, de forma que compreendê-lo, ou não, estaria na origem do sucesso ou do insucesso da aprendizagem deste conteúdo.

Nosso sistema de numeração organiza-se na base dez. Assim, a cada agrupamento de dez algarismos, obtemos uma nova ordem decimal, característica que possibilita o cálculo na forma de “conta armada” na escola, conforme exploraremos mais adiante.

O presente estudo volta-se a um diagnóstico acerca de ideias de futuros professores, alunos de um curso de formação inicial em Licenciatura Pedagogia, especificamente em uma disciplina, desenvolvida ao longo do primeiro semestre do ano letivo de 2010, que teve como objetivo a exploração de conteúdos comumente trabalhados na área matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no que tange ao vínculo entre o sistema de numeração decimal e procedimentos de cálculo na forma “arme e efetue”.

Tendo em mente as orientações de documentos curriculares, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), frisamos a natureza dinâmica do conhecimento da área. De acordo com o documento, espera-se que os alunos “desenvolvam ampla capacidade para lidar com a atividade matemática”.

Além disso, ressaltamos o cunho de natureza construtivista que caracteriza o documento curricular brasileiro para o ensino básico, o que de acordo com Maranhão, Machado e Coelho (2004), incitaria novos processos formativos de professores, em todos os cursos, inclusive o de formação inicial para a docência Licenciatura em Pedagogia.

Finalmente, encontramos respaldo em Bittar e Freitas (2005), para quem “nenhuma metodologia de ensino dará resultados se o sistema de numeração decimal não tiver sido apreendido”. O exame do trabalho dos autores indica que a abordagem didática ao cálculo nos termos de “arme e efetue” estaria calcada na aplicação da ideia de valor posicional dos algarismos, de forma que o fazer docente deveria se apoiar em um trabalho em espiral, amalgamando assim conhecimentos variados na apreensão de procedimentos de cálculo naqueles termos.

## **Quadro Teórico**

Assim como os sistemas egípcio e romano, o sistema de numeração que adotamos na atualidade, também está organizado na base dez, ou seja, a cada agrupamento de dez algarismos, obtém-se uma nova ordem decimal. De acordo com Moretti (1999):

À medida que as quantidades crescem, mais agrupamentos sucessivos de 10 serão efetuados: com 10 elementos isolados formamos 1 grupo de 10 elementos (dezena); com 10 grupos de 10 elementos formamos 1 bloco de 10x10 (centena); com 10 blocos de 10x10 formamos 1 bloco de 10x10x10 (milhar); com 10 blocos de 10x10x10 formamos 1 bloco de 10x10x10x10 (dezena de milhar), e assim por diante. (MORETTI, 1999, p.22).

O valor posicional representa outro aspecto importante tanto para a ação docente quanto no que diz respeito a quem aprende. Assim sendo, qualquer numeral representa um múltiplo de alguma potência da base, que por sua vez, depende da posição ocupada pelo numeral. Por exemplo, 2 em 206 representa  $2(10^2)$  ou 200. No entanto, o mesmo numeral 2 em 27, representa  $2(10)$  ou 20.

Para Eves (2004, p. 36) “um sistema de numeração posicional é uma consequência lógica, [...] de um sistema de agrupamentos multiplicativo”.

Dessa forma, pode-se afirmar que o valor posicional do número, baseia-se no princípio multiplicativo: cada algarismo representa o produto dele mesmo pelo valor de sua posição. Por exemplo: no número 245, o algarismo 5 significa dizer:  $5 \times 1$ , logo 5 unidades. O algarismo 4 que dizer  $4 \times 10$ , 40 unidades, ou 4 dezenas. Por fim, o 2 significa,  $2 \times 100$ , 200 unidades, 20 dezenas ou 2 centenas.

Subjacente ao princípio multiplicativo do sistema de numeração, tem-se a equivalência entre as ordens, ou seja a ideia de que, por exemplo,  $1000 = 10 \times 100$ , essencial ao desagrupamento em algumas aplicações de algoritmos. Vale ainda ressaltar que tal princípio é um dos conteúdos a serem trabalhados nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Outra característica importante do nosso sistema é a função do zero, inexistente no sistema romano e egípcio.

Segundo Ibrah (2005), uma possível explicação para o aparecimento da ideia de “zero” e sua importância, foi anunciada pelos árabes, mas surgiu no norte da Índia. Astrônomos e matemáticos da época, para expressarem o número, por exemplo: 72 629, adotavam a seguinte escrita: nove, dois, seis, dois, sete. Respeitando a ordem decimal, a partir da menor ordem, mesmo sem manipular com clareza tal ideia.

Por outro lado, ao se depararem com a necessidade de se escrever 205, por exemplo, não conseguiam expressar a ideia de “nenhum agrupamento dezena”, dada a complexidade que representava a ideia da ausência de agrupamentos de 10. Mesmo citando cinco e dois não se contemplava o valor real a ser expresso, assim adotando a expressão “vazio”. Logo, determinado número era expresso: cinco, “vazio”, dois.

No entanto, foi na Índia que se compreendeu que o zero é um número e não apenas um símbolo para a representação do “nada”. A princípio os indianos criaram apenas nove símbolos, representando os números de 1 a 9. Demoraram cerca de 200 anos a fim de perceber a necessidade de adoção de um número para a representação da ausência de determinado agrupamento.

O que se tem atualmente é que ao mesmo tempo que o zero representa a presença de determinada posição, implica também na ausência de quantidade. Dada a aparente abstração que tal invenção demandou para a humanidade, pode-se conjecturar a respeito da complexidade de se aprender tal conceito, quando se considera alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. Por sua vez, tal conjectura nos obriga a atentar aos saberes necessários a sua docência, a respeito do que falamos mais adiante.

Diferente de outros sistemas de representação numérica, pode-se considerar com convicção que o atualmente adotado é econômico, pois com apenas dez algarismos diferentes, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0, pode-se escrever

qualquer número. Ao abordar tal característica do sistema de numeração hindu-arábico, Ifrah (2005) afirma que

[...] nossa numeração escrita atual permite não apenas uma representação simples e perfeitamente racional de qualquer número (por maior que seja), mas ainda uma prática muito cômoda de todas as operações aritméticas. Assim, do ponto de vista intelectual, este sistema é nitidamente superior a todas as numerações precedentes. (IFRAH, 2005, p.235).

Segundo o autor, “a superioridade e a engenhosidade de nossa numeração moderna provêm na realidade da reunião do princípio de posição e do conceito denominado zero”.

A invenção e a democratização da nossa numeração de posição tiveram consequências incalculáveis sobre as sociedades humanas, pois facilitaram a explosão da ciência, da matemática e das técnicas. (Idem, p. 323).

No contexto do uso escolar do algoritmo, pode-se dizer que os procedimentos envolvidos no cálculo se associam ao sistema de numeração decimal. Não é escopo deste trabalho explorar cada um dos procedimentos envolvidos nos cálculos de cada um dos algoritmos. Todavia, tomemos apenas como exemplo o caso da operação adição, em situações nas quais ocorre o que se denomina “transporte”, como é o caso da operação  $37 + 48$ . Nesse caso deve-se iniciar o processo pela adição na ordem das unidades, o que totaliza 15, ou seja  $10 + 5$ .

Em situações como essa, tem-se o reagrupamento, posto que ao efetuar a adição da menor ordem, obtêm-se um total maior do que 9, acarretando a necessidade de se “transportar” a dezena para a ordem correspondente, procedimento comumente denominado “vai um”, e que se refere ao transporte de uma dezena. Assim como na adição, a compreensão da técnica operatória envolve o domínio do sistema de numeração, de base 10, para o qual valem os princípios aditivo e multiplicativo e a representação posicional.

Por se voltar à formação de professores, o trabalho de Shulman (1986) associa-se a discussão acima. De acordo com o autor, a fim de se analisar os saberes que estão na base da docência, há que se considerar “categorias da base de conhecimento do professor”.

Para o autor, tais categorias de base abarcariam os conhecimentos do *conteúdo*, o conhecimento *pedagógico geral* (que levam em conta os princípios e estratégias gerais de gerenciamento e organização da classe); *do currículo* (em que se destaca o domínio dos materiais e programas que servem como ferramentas para o ofício docente); *pedagógico do conteúdo*; *dos alunos e suas características*; *dos contextos educativos*; *dos objetivos, finalidades, valores educativos e seus fundamentos filosóficos e históricos*.

Entre as categorias apresentadas, optamos em focalizar neste trabalho o conhecimento do conteúdo. Para o autor, é esse tipo de saber que possibilita ao professor explicações variadas acerca do que ensina, representações também variadas, ou ainda clarificações a partir de novos exemplos. Corroboramos com a defesa de Shulman (1986) acerca do conhecimento do conteúdo para a docência, o que nos levou a pergunta orientadora da pesquisa ora em tela: que

conhecimentos manifestam acerca do sistema de numeração e sua aplicação em cálculos, algumas alunas de um curso de formação inicial para a docência?

## **Método e resultados**

A fim de perseguirmos respostas a essa questão, fomos levadas a desenvolver uma pesquisa de natureza diagnóstica, de caráter interpretativo. Em primeiro lugar, porque nos deparamos com a necessidade de interpretarmos produções de algumas alunas do curso de formação inicial para a docência, ao solucionarem problemas envolvendo o uso do sistema de numeração decimal em algoritmos, em busca do que nos revelariam tais produções.

Para esse tipo de encaminhamento encontramos respaldo em Ludke e André (1986), segundo as quais essa seria essencial característica da pesquisa qualitativa. Buscamos ainda a inserção das pesquisadoras no *ambiente natural* em que o processo de formação ocorreu. Disso emergiram dados descritivos a respeito dos significados atribuídos ao conhecimento matemático envolvido em situações de cálculo nos termos de “arme e efetue”, conforme também indicam Ludke e André (idem) ser essencial nessa modalidade de pesquisa.

A partir disso selecionamos um grupo de alunas do curso de Pedagogia, todas cursando o quinto semestre do referido curso, etapa na qual se integra a grade curricular a disciplina Fundamentos e Metodologia do Ensino de Matemática, que se propôs, entre outros objetivos, a explorar os conteúdos ligados a cálculo nos termos “arme e efetue”, e seus procedimentos, nas quatro operações.

Os encontros da referida disciplina ocorreram duas vezes por semana, em aulas obrigatoriamente presenciais de 1h30, nas quais estiveram presentes as pesquisadoras, na qualidade de docente da disciplina e monitora.

As discussões versaram sobre a resolução de problemas em todos os encontros. Neles, as alunas deveriam além de resolver as propostas, registrar suas estratégias, discuti-las com o grupo e validá-las do ponto de vista matemático, o que proporcionou um debate frequente acerca dos porquês dos procedimentos envolvidos nos cálculos.

A presente publicação focaliza duas diferentes propostas de cálculo e suas respectivas resoluções, elaboradas por duas alunas da mesma turma, do curso de formação inicial para a docência, nas aulas da disciplina, a saber:

1) Minha irmã me disse que precisava economizar 3 milhares de reais e que já tinha guardado: 12 centenas de reais + 80 dezenas de reais + meia centena de reais + meia dezena de reais. Quanto falta para ela conseguir os 3 milhares de reais?

2) Arme e efetue:  $100.005 - 47.957$ , e descreva os procedimentos adotados no algoritmo.

## **Discussão dos resultados**

De todas as situações acompanhadas por nós, selecionamos para a discussão nesta publicação duas propostas de cálculo, e suas respectivas resoluções, elaboradas por duas alunas diferentes, do mesmo curso e turma. As situações referem-se a momentos diversos, vivenciadas em sala de aula ao



longo do primeiro semestre letivo de 2010.

A primeira delas refere-se a um problema, apresentado ao grupo de alunas, que aborda a equivalência de ordens decimais, aplicada a resolução de problemas.

De acordo com o enunciado tem-se que se quer guardar a quantia de 3 milhares de reais. E que já se tinha economizado: 12 centenas de reais, 80 dezenas de reais, meia centena de reais e meia dezena de reais.

No início da resolução, para o registro da grandeza indicada no enunciado, a aluna A registra: “3.000.000.00 milhares de reais”. Cumpre ressaltar que essa grandeza aparece grifada no registro da aluna em questão. O grifo abaixo do registro inicial nos parece indicar que a aluna considera que aquele seja o valor total indicado no enunciado.

A respeito deste registro acreditamos importante enfatizar que o mesmo parece indicar a parte inteira da quantia e a decimal, posto o ponto que separa os centavos no registro do sistema monetário.

No entanto, o enunciado se refere a 3 milhares de reais, e a aluna registra uma classe decimal a mais, totalizando em seu registro, 3 milhões de reais, dessa forma iniciando a resolução equivocadamente.

Essa é uma questão que nos alerta para a necessidade de se explorar o sistema de numeração decimal, como pré requisito para que se adote os procedimentos convencionais, no algoritmo denominado “conta armada”. Para o simples registro do cálculo, e a análise da grandeza envolvida, coloca-se em ação tal conhecimento.

Na tentativa de analisarmos a manifestação de saberes matemáticos ligados ao sistema de numeração decimal, cumpre considerarmos os registros efetuados na sequência da resolução.

A aluna A escreve 12.000.00 (para registrar a quantia de 12 centenas), abaixo dessa grandeza 80.000 (para o registro da grandeza 80 dezenas), abaixo dessa 500.000 (para o registro da quantia meia centena), e finalmente 50.000 (para o registro da quantia meia dezena).

O registro da parte inteira e da decimal, aparece novamente na tentativa de expressar 12 centenas, ou 12.000.00 na escrita da aluna, o que, no entanto, não se repete nos registros das quantias seguintes. Tal fato nos parece intrigante. Teria a aluna tido a intenção de registrar a parte decimal ou não percebeu a natureza dos registros que fez? Ao ser questionada pelo grupo sobre o significado de tais registros, a aluna não soube explicá-los, o que nos pareceu que a mesma não percebeu a natureza decimal dos últimos zeros registrados.

No entanto, tal dificuldade não foi a única a se manifestar na resolução. O exercício requeria a análise das quantias, posto sua forma de registro no enunciado do problema, que dependia de observação das equivalências, ou seja, 12 centenas para se referir a 1200, por exemplo.

Assim, o registro correto das quantias seria:  $1200 + 800 + 50 + 5$ . Contudo, a aluna A faz o registro  $12.000.00 + 80.000 + 500.000 + 50.000$ .

Após esse primeiro registro, a aluna A necessitou virar a folha de seu caderno, posto o espaço da mesma ter acabado. Na nova folha, precisou refazer o registro das quantias para adicioná-las, o que nos parece que foi feito. Mas, novamente o registro se revela comprometido.

O registro da quantia 12 centenas permanece 12.000.00. O que foi

registrado como 80.000 parece ter se transformado em 800.00 (consideramos um pequeno ponto na posição próxima ao registro da parte decimal do número, que no entanto, foi grafado abaixo do segundo zero), o que fora 500.000, aparece como 500.00, e finalmente a quantia 50.000 aparece grafada como 50.00.

Os equívocos a respeito do registro das quantias seguem na sequência da resolução, o que reforça nossa hipótese sobre o possível comprometimento da docência. Cabe ainda enfatizar que a adição das quantias (mesmo grafadas de forma errônea) não resolveria o que se pede no enunciado, pois o que nele se pede é o quanto faltaria para o total de 3 milhares, necessitando para isso nova operação (adição ou subtração).

A produção acima revela a fragilidade de saberes matemáticos ligados ao sistema de numeração decimal, suas características e aplicações, sem no entanto abordar a questão dos procedimentos aplicados ao algoritmo. A fim de perseguir a manifestação de saberes dessa natureza, aplicaram-se algumas atividades nas aulas do curso de formação inicial para a docência, dentre as quais destacamos:

Arme e efetue:

100.005 – 47.957, e descreva os procedimentos adotados no algoritmo.

A aluna B elege para o cálculo desse algoritmo o desagrupamento, e indica isso acima do registro da conta armada. Acreditamos importante para a análise desta produção frisar que nossa atenção voltou-se para a descrição dos procedimentos em língua portuguesa, de forma que a diferença foi registrada no quadro, após o cálculo efetuado pela docente da disciplina. Dessa forma, posto que a diferença encontrava-se registrada no quadro, nosso foco de análise se volta à descrição dos procedimentos.

A aluna em questão faz referência ao minuendo da subtração como “*cem milhões e cinco*”, a fim do que nos pareceu a localização de algumas ordens presentes no número. Embora faça referência a quantia de “*cem milhões e cinco*”, logo no início de seu texto, o que incluiria uma outra classe, afirma que vai desagrupar a ordem da centena de milhar, sem perceber o equívoco. Além disso, observamos que a descrição realizada revela o domínio da técnica operatória, sem a análise de equivalências que caracterizam o sistema de numeração, essenciais à compreensão dos procedimentos de cálculo: “*devemos ir desagrupando os números, mas passando de um em um*”.

O que significaria “*passar de um em um*?” Parece-nos que a aluna B trata a ordem da centena de milhar como se fosse unidade, trocando-a de posição sucessivamente, sem no entanto, considerar (ou fazer alguma referência) às equivalências subjacentes ao sistema de numeração, ou seja, 1 centena de milhar equivaleria a 10 dezenas do milhar, e assim sucessivamente.

Tal análise é essencial para que do ponto de vista da docência, situações de cálculo envolvendo a subtração possam ser exploradas, investigadas, em uma sequência didática que sustente a produção de significado para os diferentes objetos matemáticos abordados ao longo dos anos iniciais da escolarização.

## Conclusões

Neste trabalho buscamos mais bem compreender conhecimentos acerca do sistema de numeração e sua aplicação em cálculos, manifestados por alguns alunos de um curso de formação inicial para a docência. Entendemos ser de fundamental importância tal tentativa, a fim de contribuir para o debate em torno de que matemática deveria ser esperada do professor polivalente, que atua nos anos iniciais da escolarização, para que a partir disso se possa aprofundar o debate acerca do currículo dos cursos de formação inicial para a docência.

A análise das produções, associada às experiências vividas em sala de aula com o grupo de alunos em questão, aponta para a necessidade de se atentar ao necessário domínio do conteúdo para que se efetive o ensino.

Os equívocos manifestados entre as alunas nos pareceram apontar a carência de compreensão do conteúdo, mesmo entre os futuros professores. Talvez, tais dificuldades possam se tornar a origem de outras, entre as novas gerações, caso não sejam sanados. Em função disso, há que se aprofundar a discussão, no sentido de se oferecer, ainda ao longo da formação inicial, boas situações de aprendizagem para que futuros professoras revisitem a matemática que vai ensinar.

Do ponto de vista do que Shulman (1986) denomina conhecimento *pedagógico geral*, acreditamos que tal faceta do saber docente pode ser alvo de atenção, tanto da formação inicial, como da continuada, apenas quando o professor domina o conteúdo, e a partir disso contempla novas possibilidades de abordagem. Com isso não defendemos um currículo de formação de professores apenas voltado para o conteúdo, mas um desenho curricular que privilegie e possibilite aos futuros professores um resgate, nas palavras de Shulman “*do paradigma perdido*”.

Como em qualquer outro estudo, reconhecemos as limitações deste, por não abordar todos os alunos em formação inicial para a docência, e nossa dificuldade a fim de generalizar resultados. No entanto, cremos ter contornado tal questão, uma vez que buscamos as situações mais representativas dos equívocos que se fizeram presentes ao longo de nossa coleta de dados.

Finalmente, indicamos a partir deste estudo outras pesquisas que possam a partir desta, seguir aprofundando o debate em torno da questão, de forma a abordar outros conteúdos desenvolvidos nos anos iniciais da escolarização, como os arrolados no eixo espaço e forma, ou ainda grandezas e medidas no documento curricular brasileiro.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

BRASIL (1998) PCN – *Parâmetros Curriculares Nacionais* – Matemática / Secretaria de Educação Fundamental, Brasília.

BITTAR, Marilena & FREITAS, José Luiz Magalhães (2005). *Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental*. Campo Grande, MS: Editora UFMS.



CAMEJO A, MARANHÃO, M C & MIRANDA, M (2009) *Ideias de professoras dos anos iniciais sobre números racionais IV SIPEM – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Cd-rom, Brasília.

EVES, H (2004) *Introdução à história da matemática*. Campinas, SP: Editora da Unicamp.

IFRAH, Georges (2005). *Os números – A história de uma grande invenção*. São Paulo, SP: Editora Globo.

LUDKE, Menga & ANDRE, Marli A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: Editora EPU.

MARANHÃO, C & CAMEJO A (2006) *Alunos das séries iniciais operam com inteiros negativos...professoras polivalentes percebem isso? III SIPEM – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Cd-rom, Águas de Lindóia.

MARANHÃO, M.C., MACHADO, S.A. & COELHO S.P. (2004). *O que se entende por álgebra?* Anais do VIII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Cd-rom Recife.

MORETTI, M. T. (1999). *Dos sistemas de numeração às operações básicas com números naturais*. Florianópolis: Editora UFSC.

SHULMAN, L. (1986). *Those who understand: knowledge growth in teaching*. Educational Researcher, v.15, nº 2.